

Подготовка к решению экономических задач в 6-9 классах

Авторы: Клец С.С. и Баженова Н.Ф.
МБОУ СОШ № 1 п. Новошахтинский
Михайловского муниципального района

Номер задания	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы	Коды проверяемых требований (по кодификатору)	Коды проверяемых элементов содержания (по кодификатору)	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на базовом уровне (в мин.)	Примерное время выполнения задания выпускником, изучавшим математику на профильном уровне (в мин.)
	вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии						
15	Умение решать уравнения, неравен-						
16	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами	6	1–3	П	2	30	25

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования на основе изменённого в 2022 г. ФГОС	Уровень предметных требований ФГОС	Метапредметный результат	Обобщённые формулировки требований к предметным результатам из ФГОС 2012 г.
	свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их			между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таб-
6	Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат	БУ, УУ	МП 1.1; 1.2; 1.3; 3.1; 3.2	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры; решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения
	стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии			кого характера; осуществлять практические расчёты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

Номер задания	Проверяемые требования (умения)	Коды проверяемых требований (умений)	Коды проверяемых элементов содержания	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Средний процент выполнения
14	Уметь решать уравнения	2.3	2.1, 2.2	П	2	17,8
15	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1, 6.3	1.1, 2.1.12	П	2	10,6
	с геометрическими фигурами, координатами и векторами	5.2, 5.3				
17	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1–2.3, 5.1	2.1, 2.2, 3.1–3.3	В	4	6,7
18	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1, 5.3	1.1–1.4, 2.1, 2.2, 3.1–3.3	В	4	15,5

Задание 15 – практико-ориентированная задача. Задание повышенного уровня с развернутым ответом, максимальный балл – 2.

Пример

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1300 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2580 тыс. рублей. Сколько рублей составит долг в июле 2030 года?

Комментарий

Задание имеет практико-ориентированный характер и позволяет участнику экзамена продемонстрировать умения анализировать условие задачи, составлять математическую модель и находить обоснованный ответ, используя изученные математические методы. К сожалению, ряд учителей, вместо развития умения составлять математическую модель «натаскивает» учеников на конкретные алгоритмы решения заданий прошлых лет или даже начинает рассказывать об элементах экономической теории. Следует отметить, что все необходимые сведения приведены в условии задачи, никаких дополнительных знаний для решения задачи не требуется. Основной причиной, по которой участник экзамена не приступает к решению задачи или неверно составляет математическую модель, является как раз попытка безуспешно применять буквально алгоритм решения задания прошлого года. Важно отметить, что подавляющее большинство участников экзамена, нашедших путь решения, верно доводят его до конца, что показывает рост математической культуры выпускников.

16 В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r – целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

Решение. По условию долг (в тыс. рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

800; 680; 560; 440; 320; 200; 160; 120; 80; 40; 0.

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$. Тогда последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на январь такова:

$800k$; $680k$; $560k$; $440k$; $320k$; $200k$; $160k$; $120k$; $80k$; $40k$.

Следовательно, платежи (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$800k - 680$; $680k - 560$; $560k - 440$; $440k - 320$; $320k - 200$;
 $200k - 160$; $160k - 120$; $120k - 80$; $80k - 40$; $40k$.

Значит, сумма всех платежей (в тыс. рублей) будет составлять:

$$5(560k - 440) + 5(120k - 80) = 3400k - 2600.$$

Получаем: $3400k - 2600 = 1480$, откуда $k = 1,2$ и $r = 20$.

Ответ: 20.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

Основные ошибки, допускаемые при решении экономических задач.

- неверное составление модели;
- арифметические (вычислительные) ошибки;
- прекращение решения на промежуточном шаге, т.е. без доведения ответа до числового значения;
- решение методом перебора без обоснования единственности;
- использование в решении без вывода формул для задач о кредитовании (решение имеет вид «формула-ответ», что можно трактовать как отсутствие построения математической модели .

Виды экономических задач

Вклады

Кредиты

Ценные
бумаги

Оптимизация,
производство

Разные

Равные
платежи

Уменьшение
долга на одну
величину
каждый год

Долг,
убывающий
согласно
таблице

Погашение
кредита в 2
(3) этапа

Понятие процента вводится в 6 классе.

2.329 Ежегодно предприятие индексирует оклад сотрудников на 3%. Какой будет оклад через год; два года работы сотрудника с окладом 48 000 р.?

Номер года	Оклад на начало года, руб.	Повышение оклада, %	% индексации в конце года	Оклад в конце года, руб.
1	48000	на 3	?	<u>?</u>

1) $100 + 3 = 103(\%)$ – % индексации в конце первого года.

$$103\% = 1,03$$

2) $48000 \cdot 1,03 = 49440$ (руб.) – оклад в конце первого года.

Ответ: 49440 руб.

Номер года	Оклад на начало года, руб.	Повышение оклада, %	% индексации в конце года	Оклад в конце года, руб.
1	48000	на 3	103	49440
2	49440	на 3	?	<u>?</u>

1) $100 + 3 = 103(\%)$ – % индексации в конце второго года.

$$103\% = 1,03$$

2) $49440 \cdot 1,03 = 50923,2$ (руб.) – оклад в конце второго года.

Ответ: 50923, 2 руб.

№2.332. Вкладчик положил в банк 540 тыс. руб. под 5% годовых, с условием зачисления суммы, полученной по процентам, на этот же счет. Какая сумма будет у него через:
а) 1 год; б) 2 года?

1. Задача в формулировке для 6 класса.

В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на 2 млн. рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

Какую сумму надо выплатить банку если кредит взят на 2 года? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 2420000 рублей.

2. Задача в формулировке для 6 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на два года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— ежегодные платежи равны.

Чему равен кредит, если общая сумма платежей составит 213 928 рублей? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 185 640 рублей.

3. Задача в формулировке для 6 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за четыре года. Чему равен кредит? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 185 640 рублей.

5. Задача в формулировке для 7 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 185 640 рублей на два года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- ежегодные платежи равны.

Чему равен ежегодный платеж? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 106 964 рубля.

6. Задача в формулировке для 7 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 185 640 рублей на четыре года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- ежегодные платежи равны.

Чему равен ежегодный платеж? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 58 564 рубля.

7. Задача в формулировке для 7 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на два года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- ежегодные платежи равны.

Чему равен кредит, если сумма, выплаченная банку, больше кредита на 28 288 рублей? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 185 640 рублей.

8. Задача в формулировке для 7 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на четыре года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- ежегодные платежи равны.

Чему равен кредит, если сумма, выплаченная банку, больше кредита на 48 616 рублей? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 185 640 рублей.

9. Задача в формулировке для 8 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 185 640 рублей на два года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- ежегодные платежи равны.

Найдите , если сумма, выплаченная банку, больше кредита на 28 288 рублей.

Ответ: 10.

10. Задача в формулировке для 8 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 185 640 рублей на четыре года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- ежегодные платежи равны.

Найдите , если сумма, выплаченная банку, равна 234 564 рубля.

Ответ: 10.

11. Задача в формулировке для 9 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- ежегодные платежи равны.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за четыре года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за два года. Найдите .

Ответ: 10.

12. Задача в формулировке для 9 класса.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 185 640 рублей на несколько лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- ежегодные платежи равны.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что кредит будет полностью погашен, если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля?

Ответ: 10.

Задача 1.

15 января планируется взять **кредит** в банке на **16 месяцев**.

Условия возврата таковы:

1-го числа каждого месяца долг возрастает на **2%** по сравнению с концом предыдущего месяца;

со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

15-го числа каждого месяца **долг должен быть на одну и ту же сумму** меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую **сумму** следует взять в кредит, чтобы общая **сумма выплат** после полного погашения равнялась **2,34 млн. рублей**?

Дано:

S — кредит

$n = 16$ месяцев

$r = 2\%$

$$t = 1 + \frac{r}{100} = 1,02$$

2,34 млн. рублей — общая сумма выплат

Найти: S — ?

Долг	Долг с %	Выплаты
$S - \frac{0}{16}S = S$	St	$St - \frac{15}{16}S$
$S - \frac{1}{16}S = \frac{15}{16}S$	$\frac{15}{16}St$	$\frac{15}{16}St - \frac{14}{16}S$
$S - \frac{2}{16}S = \frac{14}{16}S$	$\frac{14}{16}St$	$\frac{14}{16}St - \frac{13}{16}S$
...
$S - \frac{14}{16}S = \frac{2}{16}S$	$\frac{2}{16}St$	$\frac{2}{16}St - \frac{1}{16}S$
$S - \frac{15}{16}S = \frac{1}{16}S$	$\frac{1}{16}St$	$\frac{1}{16}St - 0$
$S - \frac{16}{16}S = 0$	-	-

По условию задачи общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 2,34 млн. руб.

Выплаты		
St	–	$\frac{15}{16}S$
$\frac{15}{16}St$	–	$\frac{14}{16}S$
$\frac{14}{16}St$	–	$\frac{13}{16}S$
	...	
$\frac{2}{16}St$	–	$\frac{1}{16}S$
$\frac{1}{16}St$	–	0
	–	

$$St \left(1 + \frac{15}{16} + \dots + \frac{1}{16} \right) - S \left(\frac{15}{16} + \dots + \frac{1}{16} \right) = 2,34$$

$$St \frac{1 + \frac{1}{16}}{2} \cdot 16 - S \cdot \frac{\frac{15}{16} + \frac{1}{16}}{2} \cdot 15 = 2,34$$

$$St \frac{17 \cdot 16}{2 \cdot 16} - S \cdot \frac{15}{2} = 2,34$$

$$\frac{S}{2} (17t - 15) = 2,34 \quad | \cdot 2$$

$$S (17t - 15) = 4,68$$

Подставим в полученное выражение известное значение t .

$$S (17 \cdot 1,02 - 15) = 4,68$$

$$2,34 S = 4,68$$

$$S = 2 \text{ (млн рублей)}$$

Ответ: 2 млн рублей

Задача 2.

15-го декабря планируется взять **кредит** в банке на **21 месяц**. Условия возврата таковы:

1-го числа каждого месяца долг возрастает на **3%** по сравнению с концом предыдущего месяца;

со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й **долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше** долга на 15-е число предыдущего месяца;

к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую **сумму** планируется взять в кредит, если **общая сумма выплат** после полного его погашения **составит 1604 тысяч рублей?**

Дано:

S тыс. рублей: кредит

$n = 21$ месяц

$r = 3\%$

$$t = 1 + \frac{r}{100} = 1,03$$

Общая сумма выплат равна 1604 тыс. руб.

Найти: S — ?

Долг	Долг с %	Выплаты
$S - 0 \cdot 30 \rightarrow tS$		1) $tS - (S - 1 \cdot 30)$
$S - 1 \cdot 30$	$t(S - 1 \cdot 30)$	2) $t(S - 1 \cdot 30) - (S - 2 \cdot 30)$
$S - 2 \cdot 30$	$t(S - 2 \cdot 30)$	3) $t(S - 2 \cdot 30) - (S - 3 \cdot 30)$
$S - 3 \cdot 30$	$t(S - 3 \cdot 30)$	4) $t(S - 3 \cdot 30) - (S - 4 \cdot 30)$
...
$S - 18 \cdot 30$	$t(S - 18 \cdot 30)$	19) $t(S - 18 \cdot 30) - (S - 19 \cdot 30)$
$S - 19 \cdot 30$	$t(S - 19 \cdot 30)$	20) $t(S - 19 \cdot 30) - (S - 20 \cdot 30)$
$S - 20 \cdot 30$	$t(S - 20 \cdot 30)$	21) $t(S - 20 \cdot 30) - 0$
0		

Выплаты
1) $tS - (S - 1 \cdot 30)$
2) $t(S - 1 \cdot 30) - (S - 2 \cdot 30)$
3) $t(S - 2 \cdot 30) - (S - 3 \cdot 30)$
4) $t(S - 3 \cdot 30) - (S - 4 \cdot 30)$
...
19) $t(S - 18 \cdot 30) - (S - 19 \cdot 30)$
20) $t(S - 19 \cdot 30) - (S - 20 \cdot 30)$
21) $t(S - 20 \cdot 30) - 0$

По условию задачи известно, что общая сумма выплат равна 1604 тыс.рублей.

$$21 \cdot St - 20S - t \cdot (30 + 60 + 90 \dots \dots + 600) + (30 + 60 + 90 + \dots \dots 600)$$

Подставим значение $t=1,03$.

$$21S \cdot 1,03 - 20S - \frac{30 + 600}{2} \cdot 20 \cdot 1,03 + \frac{30 + 600}{2} \cdot 20 =$$

$$= 1,63S - 6489 + 6300 = 1,63S - 189$$

По условию задачи сумма выплат составила 1604 тыс.рублей.

$$1,63S - 189 = 1604$$

$$1,63S = 1793$$

$$S = 1100 \text{ (тыс.рублей)}$$

Ответ: 1100 тыс.рублей

№13. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн рублей на 24 месяца.

Условия возврата таковы:

1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку в первые 12 месяцев?

№14. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1200 тысяч рублей на $(n + 1)$ месяц.

Условия возврата таковы:

1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

15-го числа n -го месяца долг составит 400 тысяч рублей;

к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1288 тысяч рублей.



Спасибо
за внимание!